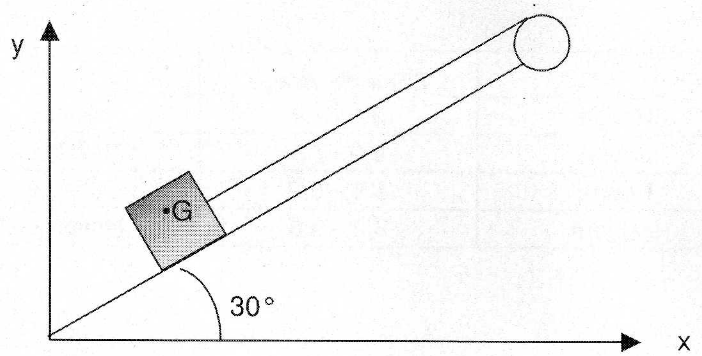
Correction : Mécanique (Mouvement - Force - Energie)

Sujet n°.17 : 2004 Antille - Guyanne (Aaah ! Les caraïbes, les lagons bleus, le soleil...)

Partie : Physique

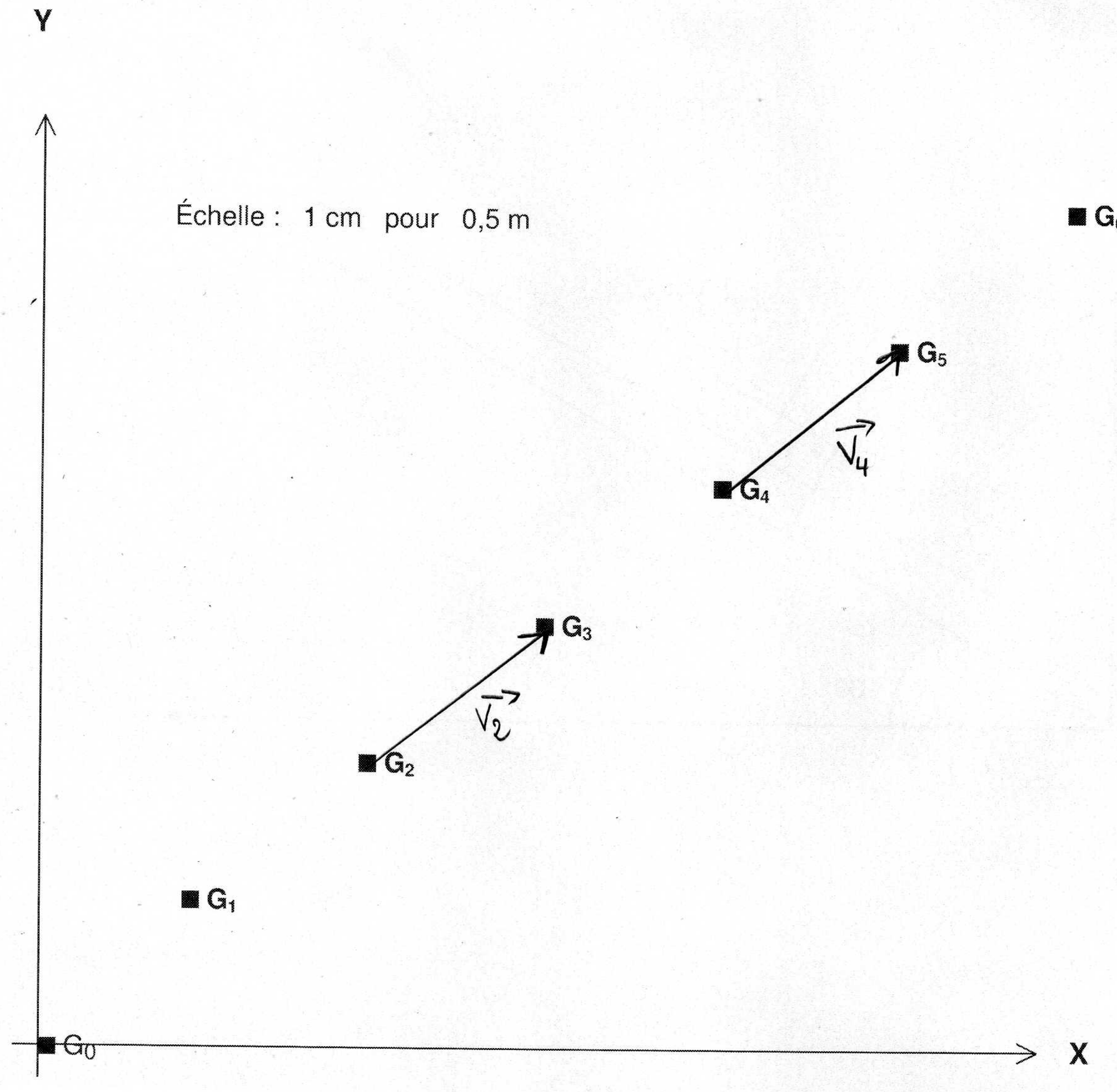
Premier exercice **Étude du déplacement d'une caisse sur un plan incliné** (10 points)

Lors d'un déménagement, un treuil couplé à un moteur est utilisé afin d'acheminer des caisses en haut d'un plan incliné d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale.
Une caisse de masse m = 150 kg est tirée sans frottement par le treuil. La traction s'effectue à vitesse constante par l'intermédiaire d'une poulie de rayon r = 45 cm.
Le dispositif est représenté ci-dessous.



On repère les positions successives du centre d'inertie de la caisse à intervalles de temps égaux $\Delta t = 1{,}0$ s. On obtient l'enregistrement donné en **annexe A (à rendre avec la copie)**.

Trajectoire du centre d'inertie de la caisse entre les points G_0 et G_6



1. Calculer les valeurs v_2 et v_4 des vitesses de la caisse aux points G_2 et G_4.

La trajectoire étant rectiligne on peut écrire :

$$v_2 = \frac{G_1G_3}{2\Delta t} = \frac{6 \times 0{,}5\,m}{2 \times 1\,s} = \underline{1{,}5\ m.s^{-1}}$$

$$v_4 = \frac{G_3G_5}{2\Delta t} = \frac{6 \times 0{,}5\,m}{2 \times 1\,s} = \underline{1{,}5\ m.s^{-1}}$$

2. Représenter les vecteurs vitesse $\vec{v_2}$ et $\vec{v_4}$ sur l'**annexe A**.
Échelle : 2 cm pour 1 $m.s^{-1}$.

cf. schéma $\quad$ 2 cm $\longleftrightarrow$ 1 $m.s^{-1}$

$\boxed{3\ cm} \longleftarrow 1{,}5\ m.s^{-1}$

3. Indiquer la nature du mouvement de la caisse. Justifier la réponse.
En déduire la valeur de l'accélération a.

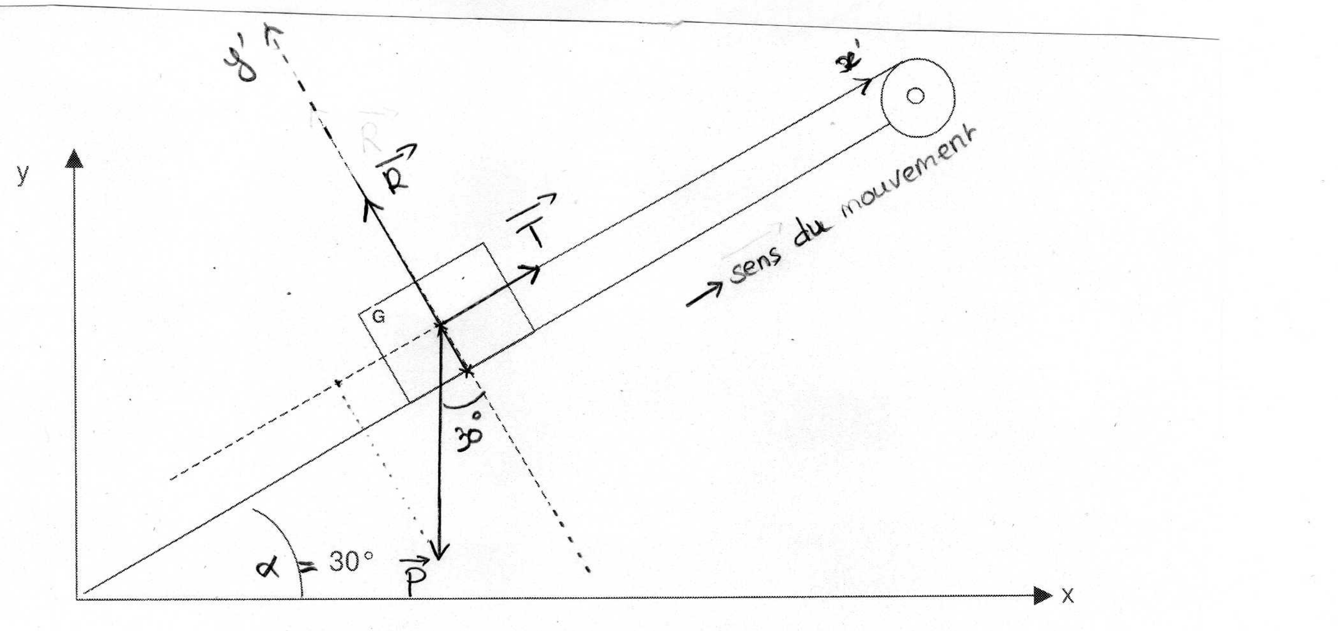
$\vec{V_G} = \vec{\text{constant}}$ à tout instant. Donc le mouvement est <u>rectiligne uniforme</u>.

$V_G = \text{cste} \Rightarrow \boxed{a_G = 0}$

4. Faire l'inventaire des forces extérieures qui s'exercent sur la caisse.
Représenter ces forces, sans souci d'échelle, sur le schéma de l'**annexe B** (**à rendre avec la copie**).

ANNEXE B

Étude du déplacement d'une caisse sur un plan incliné



5. Donner les caractéristiques du poids $\vec{P}$ de la caisse. $\qquad$ <u>Donnée</u> : $g = 10\ N.kg^{-1}$

- Point d'application : centre d'inertie G
- direction : verticale
- sens : vers le bas
- valeur : $P = m \cdot g = 150\ kg \times 10\ N.kg^{-1} = \underline{1500\ N}$

6. Écrire la relation fondamentale de la dynamique (deuxième loi de Newton) pour le système « caisse ».
En projetant les forces sur l'axe du déplacement, montrer que l'expression de la force de traction $\vec{T}$ est donnée par $T = m\,g\sin\alpha$.
Calculer la valeur de T.

La relation fondamentale de la dynamique s'écrit :

- $\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$ soit ici $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}_G = \vec{0}$ (car $a_G = 0$)

- En projetant sur l'axe du déplacement (Gx') :

$$-P \times \sin\alpha + T + 0 = 0 \quad (1)$$

soit $T = P \times \sin\alpha = mg\sin\alpha$

A.N : $T = 150 \times 10 \times \sin 30 = \underline{750\ N}$

6.bis) question de M^r Garcia : Calculer la valeur de R (réaction du support)

- En projetant sur l'axe (Gy') :

$$-P \times \cos\alpha + 0 + R = 0 \quad (2)$$

soit $R = P \times \cos\alpha = mg\cos\alpha$

A.N : $R = 150 \times 10 \times \cos 30 = 1300\ N$

cf Autre méthode à la fin

7. Calculer la distance d parcourue par la caisse lorsque la poulie effectue 7 tours.
Le périmètre L d'un cercle de rayon r est donné par $L = 2\pi r$

$d = 7 \times L = 7 \times 2\pi \times r$

A.N : $d = 7 \times 2\pi \times 45 \times 10^{-2}\,m = 19{,}8\ m$

8. Calculer le travail de la force $\vec{T}$ lors de ce déplacement.
Indiquer si ce travail est moteur ou résistant.

$W(\vec{T}) = T \times d \times \cos\beta$ $\quad \beta = 0$ angle entre $\vec{T}$ et $\vec{d}$

A.N : $W(\vec{T}) = 750 \times 19{,}8 \times \cos 0$
$= \underline{+14\,850\ J}$

Le travail est moteur car $W(\vec{T})$ est positif
(C'est assez logique : une force de traction tire dans le sens du deplacement où l'objet est tiré, non !?)

Autre méthode question 6). Dans le repère $(G x' y')$

$\vec{P}\begin{pmatrix} -P \times \sin\alpha \\ -P \times \cos\alpha \end{pmatrix}$ $\quad \vec{T}\begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{R}\begin{pmatrix} 0 \\ R \end{pmatrix}$ $\quad$ or $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G = \vec{0}$

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ donc $\begin{cases} -P\sin\alpha + T + 0 = 0 & (1) \\ -P\cos\alpha + 0 + R = 0 & (2) \end{cases}$ on retrouve les 2 égalités !